

7.2 Matematika a její aplikace

7.2.1 Matematika

1. ročník	2. ročník	3. ročník	4. ročník
4	4	4	4

Charakteristika předmětu

A. Obsahové, časové a organizační vymezení předmětu

Předmět Matematika vychází ze vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace v RVP G.

Výuka matematiky na gymnáziu rozvíjí a prohlubuje pochopení a využití kvantitativních a prostorových vztahů reálného světa. Způsob matematického myšlení a zdůvodňování, vytváření hypotéz a deduktivních úvah je prostředkem pro nové a hlubší poznání a je předpokladem dalšího studia. Výuka matematiky rozvíjí paměť žáků prostřednictvím numerických výpočtů a osvojováním si nezbytných vzorců a algoritmů.

Matematické vzdělávání napomáhá rozvoji abstraktního a analytického myšlení, rozvíjí logické usuzování, učí srozumitelné a věcné argumentaci. Těžiště výuky spočívá v aktivním osvojení strategie řešení úloh a problémů, v ovládnutí nástrojů potřebných pro vysokoškolské studium i v běžném životě, v pěstování schopností aplikace. Studium matematiky přispívá k tomu, aby žáci byli schopni hodnotit správnost postupů při odvozování tvrzení, odhalovat klamné závěry, zvažovat rizika předkládaných důkazů.

Snažíme se, aby si žáci uvědomili, že matematika je užitečná pro život, že nachází uplatnění v mnoha oborech lidské činnosti, že je ovlivňována vnějšími podněty.

Do matematiky jsou integrovány vybrané okruhy těchto průřezových témat: Osobnostní a sociální výchova a Mediální výchova.

Organizace výuky:

Výuka probíhá v kmenových třídách nebo v odborné učebně matematiky.

Matematika disponuje následující časovou dotací: 4 hodiny týdně v každém ročníku. Některé hodiny mohou být dělené. Dělení závisí na ekonomických, personálních a organizačních možnostech školy.

Při výuce využíváme učebnice, sbírky úloh, matematické tabulky, rýsovací pomůcky, modely těles, kalkulatory, prezentace, výukové programy, příp. další programy - GeoGebra (pro výuku geometrie, konstrukci grafů a jiné) nebo Excel (pro zpracování dat ve statistice, konstrukci grafů a jiné) k modelování matematických situací. Ve vyučování matematiky se používají hlavně tyto formy a metody výuky: výkladové hodiny, hodiny vedené rozhovorem a diskuzí, procvičovací hodiny, cvičení a hodiny s problémově pojatou výukou, skupinová práce a práce s jednotlivými žáky. Učitel přizpůsobí metody a formy výuky úrovni žáků ve třídě.

Žáci se zájmem o matematiku se mohou zúčastnit soutěží: Matematická olympiáda, Logická olympiáda, Matematický klokan a jiné.

B. Výchovné a vzdělávací strategie

Kompetence k učení

Učitel:

- zadává úkoly, při kterých žáci pracují s vhodně zvolenou odbornou literaturou, učebnicí, počítačem a internetem, učí se efektivně získávat poznatky, třídit, hodnotit a zpracovávat matematické informace, klade důraz na čtení s porozuměním;
- učí žáky porozumět matematickému textu, rozumět matematickým symbolům;
- vytváří u žáků dostatečné zásoby matematických nástrojů (početních operací, algoritmů, metod řešení), které žáci využívají při řešení úloh nejen z praxe.

Kompetence k řešení problémů

Učitel:

- navozuje problémové situace, při kterých žáci formulují problémy, analyzují je a hledají cesty k řešení problémů;
- vede žáky ke správné volbě známého algoritmu, příp. k vytvoření nového algoritmu řešení;
- podporuje různé postupy řešení, pomáhá žákům srovnávat jejich efektivnost;
- připouští práci s chybou a na jejím základě vede žáky k jiným postupům a poučením se z chyb, vede žáky k předvídání a odhadům výsledku úlohy, k provádění zkoušky správnosti řešení.

Kompetence komunikativní

Učitel:

- učí žáky formulovat myšlenky, obhajovat vlastní názor, používat matematický jazyk a matematickou symboliku s porozuměním, vyžaduje přesnost při formulaci definic a matematických vět;
- učí žáky matematicky argumentovat, používat různé typy tvrzení, rozumět logické stavbě matematické věty, dokázat jednoduchou matematickou větu, vytvořit, zdůvodnit nebo vyvrátit hypotézu;
- vede žáky ke klasifikaci informací z různých zdrojů, učí žáky rozpoznat jejich důvěryhodnost, vyhodnotit informace kvantitativního i kvalitativního charakteru, které jsou obsaženy v grafech, diagramech, tabulkách;
- učí žáky prezentovat výsledky řešení úlohy, prezentovat získané informace formou grafů, diagramů, tabulek apod.

Kompetence sociální a personální

Učitel:

- vytváří příležitosti k činnosti ve dvojicích, ve skupinách, vede žáky k organizaci práce ve skupinách, k zodpovědnosti za práci skupiny;
- umožňuje střídání rolí žáků ve skupině, učí je hodnotit podíl na řešení úlohy svůj i jiných;
- vede žáky k úctě k práci jiných, nechává žáky hodnotit práci druhých, vede je k odhadu důsledků svého jednání a schopnosti nést následky.

Kompetence občanské

Učitel:

- vede žáky k zodpovědnému plnění povinností a úkolů soustavnou kontrolou;
- učí žáky při zdůvodňování stanovisek a postupů uplatňovat základy logiky a rozlišovat seriózní a demagogickou argumentaci;
- ukazuje matematiku jako součást kulturního dědictví a nedílnou součást života člověka.

Kompetence k podnikavosti

Učitel:

- informuje žáky o profesích uplatňujících poznatky z matematiky;
- vybízí žáky k hodnocení výsledků své práce;
- pomáhá žákům odhalit jejich nadání a rozvíjet ho pomocí matematických soutěží a problémových úloh.

Kompetence digitální

Učitel:

- vede žáky k používání vhodných matematických online nástrojů, pomocí kterých vyhledávají, vyhodnocují a zpracovávají potřebné informace, porovnávají různé způsoby řešení;
- vede žáky k využívání tabulkových editorů ke statistickému zpracování a interpretování zjištěných údajů;
- využívá ve výuce digitální nástroje, pomocí kterých žáci porovnávají různé typy matematického textu, jako symboly, grafy, geometrické obrázky aj.;
- zadává úlohy k procvičení, u kterých žáci využívají aplikace, které je motivují k osvojování matematických dovedností.

1. ročník

4 hodiny týdně

Základní poznatky z matematiky (Množiny; Výroková logika; Teorie čísel; Algebraické výrazy)

Očekávané výstupy

Žák:

- užívá správně základní množinové pojmy
- zapisuje a určuje množinu výčtem prvků a uvedením charakteristické vlastnosti prvků
- provádí správně operace s množinami
- užívá Vennových diagramů při řešení úloh
- čte a zapisuje tvrzení v symbolickém jazyce matematiky
- pozná výrok a určuje pravdivostní hodnotu výroků
- užívá správně logické spojky a kvantifikátory
- vytváří negace jednoduchých výroků, složených výroků a výroků s kvantifikátory
- rozliší správný a nesprávný úsudek
- vytváří hypotézy, zdůvodňuje jejich pravdivost a nepravdivost, vyvrací nesprávná tvrzení
- rozliší definici a větu, rozliší předpoklad a závěr věty
- zdůvodňuje svůj postup a ověřuje správnost řešení problému
- vysvětlí vztahy mezi číselnými množinami, provádí aritmetické operace s přirozenými, celými, racionálními a reálnými čísly, využívá jejich vlastnosti
- užívá vlastnosti dělitelnosti přirozených čísel
- rozlišuje prvočíslo a číslo složené, rozkládá přirozené číslo na prvočinitele

Učivo

Základní množinové pojmy, vztahy mezi množinami a operace s množinami, Vennovy diagramy
Výrok, operace s výroky, výroky s kvantifikátory
Definice, věta, důkaz
Číselné množiny N , Z , Q , R , základní operace v číselných množinách a jejich vlastnosti
Přirozená čísla, zápisy přirozených čísel, násobek a dělitel, kritéria dělitelnosti, prvočísla a složená čísla, základní věta aritmetiky, největší společný dělitel, nejmenší společný násobek
Celá čísla
Racionální čísla
Reálná čísla, absolutní hodnota reálného čísla, geometrická interpretace, intervaly
Mocniny s přirozeným a celým exponentem, odmocniny
Výrazy s mocninami a odmocninami, mnohočleny, lomené výrazy
Vyjadřování neznámé ze vzorce

- určuje největší společný dělitel a nejmenší společný násobek přirozených čísel
- operuje s intervaly, aplikuje geometrický význam absolutní hodnoty
- odhaduje výsledky numerických výpočtů a efektivně je provádí, účelně využívá kalkulačtor
- provádí operace s mocninami a odmocninami, upravuje číselné výrazy
- upravuje efektivně výrazy s proměnnými, určuje definiční obor výrazu a hodnotu výrazu
- rozkládá mnohočleny na součin vytýkáním a užitím vzorců, aplikuje tuto dovednost při řešení rovnic a nerovnic
- provádí operace s lomenými výrazy

Rovnice a nerovnice

Očekávané výstupy

Žák:

- řeší lineární a kvadratické rovnice a nerovnice, řeší soustavy rovnic, v jednodušších případech diskutuje řešitelnost nebo počet řešení
- rozlišuje ekvivalentní a neekvivalentní úpravy, zdůvodní, kdy je zkouška nebo určení podmínek nutnou součástí řešení
- analyzuje a řeší problémy, v nichž aplikuje řešení lineárních a kvadratických rovnic a jejich soustav
- řeší rovnice a nerovnice v součtovém a podílovém tvaru
- řeší rovnice a nerovnice obsahující výrazy s neznámou v absolutní hodnotě
- řeší rovnice s neznámou pod odmocninou
- řeší jednoduché rovnice s parametry

Učivo

Lineární rovnice a nerovnice, jejich soustavy (s jednou neznámou i s více neznámými)
Kvadratická rovnice a nerovnice, vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice
Soustavy lineární a kvadratické rovnice
Rovnice a nerovnice v součtovém a podílovém tvaru
Rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou
Rovnice vyšších stupňů
Iracionální rovnice
Rovnice s parametry
Užití substituce při řešení rovnic

Průřezová témata

Osobnostní a sociální výchova – Sociální komunikace

2. ročník

4 hodiny týdně

Funkce

Očekávané výstupy

Žák:

- užívá různá zadání funkce a používá s porozuměním pojmy: funkce, definiční obor, obor hodnot, hodnota funkce v bodě, graf funkce, inverzní funkce
- načrtne grafy požadovaných funkcí (zadaných funkčním předpisem) a určí jejich vlastnosti
- formuluje a zdůvodňuje vlastnosti studovaných funkcí
- určí průsečíky grafu funkce s osami soustavy souřadnic
- vysvětlí význam parametrů v předpisu funkce
- využívá poznatky o funkcích při řešení rovnic a nerovnic, při určování kvantitativních vztahů
- modeluje závislosti reálných dějů pomocí známých funkcí
- řeší aplikační úlohy s využitím poznatků o funkcích
- aplikuje vztahy mezi hodnotami exponenciálních a logaritmických funkcí a vztahy mezi těmito funkcemi
- užívá logaritmus, zná jeho vlastnosti
- geometricky interpretuje číselné, algebraické a funkční vztahy, graficky znázorňuje řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav
- řeší exponenciální a logaritmické rovnice a jednoduché nerovnice

Učivo

Základní poznatky o funkcích – pojem funkce, definiční obor a obor hodnot, graf funkce, vlastnosti funkcí
Lineární funkce, konstantní funkce
Kvadratická funkce
Funkce absolutní hodnota
Lineární lomená funkce
Mocninné funkce, mocniny s racionálním exponentem, odmocniny
Exponenciální a logaritmické funkce, rovnice a nerovnice
Grafická řešení rovnic a nerovnic

Goniometrie

Očekávané výstupy

Žák:

- užívá pojmu orientovaný úhel a jeho hodnoty v míře stupňové a obloukové
- definuje goniometrické funkce v oboru reálných čísel, užívá jednotkovou kružnici
- načrtne grafy požadovaných goniometrických funkcí (zadaných funkčním předpisem) a určí jejich definiční obor, obor hodnot, vlastnosti
- formuluje a zdůvodňuje vlastnosti studovaných goniometrických funkcí
- využívá poznatky o funkcích při řešení rovnic a nerovnic, při určování kvantitativních vztahů
- aplikuje vztahy mezi hodnotami goniometrických funkcí a vztahy mezi těmito funkcemi
- řeší goniometrické rovnice (při řešení užívá i grafů a jednotkovou kružnici)

Učivo

Velikost úhlu v míře stupňové a v míře obloukové, orientovaný úhel
Goniometrické funkce sinus, kosinus, tangens, kotangens, vlastnosti goniometrických funkcí
Vztahy mezi goniometrickými funkcemi
Goniometrické vzorce a rovnice
Sinová a kosinová věta
Trigonometrie pravoúhlého a obecného trojúhelníku
Užití sinové a kosinové věty v úlohách z praxe

- aplikuje trigonometrické věty k řešení trojúhelníků
- řeší praktické úlohy užitím trigonometrie pravoúhlého a obecného trojúhelníku
- v úlohách početní geometrie aplikuje funkční vztahy, trigonometrii a úpravy výrazů, pracuje s proměnnými a iracionálními čísly

Planimetrie

Očekávané výstupy

Žák:

- využívá symbolické zápisy
- používá geometrické pojmy, zdůvodňuje a využívá vlastnosti geometrických útvarů v rovině, na základě vlastností třídí útvary
- určuje vzájemnou polohu lineárních útvarů, vzdálenosti a odchylky
- využívá náčrt při řešení rovinného problému
- pojmenuje, znázorňuje a užívá základní objekty v trojúhelníku, ve čtyřúhelníku, v kružnici a kruhu
- využívá vět o shodnosti a podobnosti trojúhelníků při řešení úloh
- v úlohách početní geometrie aplikuje funkční vztahy, trigonometrii a úpravy výrazů, pracuje s proměnnými a iracionálními čísly
- řeší polohové a nepolohové konstrukční úlohy užitím všech bodů dané vlastnosti, pomocí shodných zobrazení a pomocí konstrukce na základě výpočtu
- rozumí pojmu stejnostlehllost
- řeší planimetrické problémy motivované praxí

Učivo

Rovinné útvary – klasifikace, polohové a metrické vlastnosti
Trojúhelník, shodnost a podobnost trojúhelníků
Mnohoúhelníky
Kružnice, kruh, úhly v kružnici
Obvody a obsahy geometrických obrazců
Pythagorova věta a Euklidovy věty
Množiny bodů dané vlastnosti
Shodná zobrazení (osová a středová souměrnost, posunutí, otočení)
Stejnolehllost
Konstrukční úlohy

Průřezová témata

Osobnostní a sociální výchova – Sociální komunikace

3. ročník

4 hodiny týdně

Stereometrie

Očekávané výstupy

Žák:

- používá geometrické pojmy, zdůvodňuje a využívá vlastnosti geometrických útvarů v prostoru, na základě vlastností třídí útvary
- využívá náčrt při řešení prostorového problému
- využívá symbolické zápisy
- rozvíjí prostorovou představivost pomocí jednoduchých geometrických modelů
- určuje vzdálenosti a odchylky
- řeší stereometrické problémy motivované praxí
- určuje vzájemnou polohu útvarů
- zobrazí ve volné rovnoběžné projekci hranol a jehlan, sestrojí a zobrazí rovinný řez těchto těles
- sestrojí průnik přímky s tělesem
- rozhoduje o kolmosti nebo rovnoběžnosti přímek a rovin

Učivo

Volné rovnoběžné promítání
Základní vztahy mezi body, přímkami a rovinami
Vzájemná poloha přímek a rovin v prostoru
Rovnoběžnost a kolmost přímek a rovin
Řešení polohových konstrukčních úloh
Odchylky přímek a rovin
Vzdálenost bodu od přímky a roviny, vzdálenost dvou rovnoběžných přímek a rovin
Tělesa a jejich základní charakteristiky
Objemy a povrchy těles

Analytická geometrie

Očekávané výstupy

Žák:

- používá geometrické pojmy
- operuje s vektory
- užívá různé způsoby analytického vyjádření přímky a roviny (geometrický význam koeficientů)
- řeší analyticky polohové a metrické úlohy o útvarech v rovině
- řeší jednoduché úlohy v prostoru
- využívá charakteristické vlastnosti kuželoseček k určení analytického vyjádření
- z analytického vyjádření (z osové nebo vrcholové rovnice) určí základní údaje o kuželosečce
- řeší analyticky úlohy na vzájemnou polohu přímky a kuželosečky

Učivo

Bod a jeho znázornění v rovině a prostoru
Vektory, operace s vektory a jejich využití
Způsoby vyjádření přímky v rovině a prostoru
Způsoby vyjádření roviny v prostoru
Polohové a metrické vlastnosti
Kuželosečky (kružnice, elipsa, parabola, hyperbola)

Kombinatorika

Očekávané výstupy

Žák:

- rozlišuje variace, permutace, kombinace
- odhaduje výsledek při řešení úloh a porovnává s vypočtenou hodnotou
- řeší reálné problémy s kombinatorickým podtextem (charakterizuje možné případy, vytváří model pomocí kombinatorických podskupin a určuje jejich počet)
- upravuje výrazy s faktoriály a kombinačními čísly
- řeší rovnice s kombinačními čísly a faktoriály
- užívá binomickou větu při řešení úloh

Učivo

Kombinatorické pravidlo součtu a součinu
Variace, permutace a kombinace bez opakování i s opakováním
Faktoriál, výrazy a rovnice a nerovnice s faktoriály
Kombinační číslo, jeho vlastnosti, výrazy, rovnice a nerovnice s kombinačními čísly
Pascalův trojúhelník
Binomická věta a její využití

Průřezová témata

Osobnostní a sociální výchova – Sociální komunikace

4. ročník

4 hodiny týdně

Pravděpodobnost

Očekávané výstupy

Žák:

- používá a chápe pojmy náhodný, jistý, nemožný, opačný jev, nezávislost jevů, sjednocení a průnik jevů
- využívá kombinatorické postupy při výpočtu pravděpodobnosti

Učivo

Náhodný jev a jeho pravděpodobnost
Pravděpodobnost sjednocení a průniku jevů, nezávislost jevů

Statistika

Očekávané výstupy

Žák:

- vysvětlí a používá pojmy statistický soubor, rozsah souboru, statistická jednotka, statistický znak, četnost a relativní četnost hodnoty znaku, charakteristiky polohy a variability
- diskutuje a kriticky zhodnotí statistické informace a daná statistická sdělení
- volí a užívá vhodné statistické metody k analýze a zpracování dat, využívá digitální výpočetní nástroje
- reprezentuje graficky soubory dat, čte a interpretuje tabulky, diagramy, grafy, rozlišuje rozdíly v zobrazení obdobných souborů vzhledem k jejich odlišným charakteristikám

Učivo

Statistický soubor a jeho charakteristiky
Grafické znázornění četnosti

Posloupnosti a řady

Očekávané výstupy

Žák:

- formuluje a zdůvodňuje vlastnosti studovaných posloupností
- řeší aplikační úlohy s využitím poznatků o posloupnostech
- charakterizuje aritmetickou a geometrickou posloupnost, využívá základní vztahy
- interpretuje z funkčního hlediska složené úrokování, aplikuje exponenciální funkci a geometrickou posloupnost ve finanční matematice
- s porozuměním užívá pojmy limita posloupnosti, konvergentní a divergentní posloupnost
- využívá věty o limitách posloupnosti při výpočtu limity
- určuje podmínky konvergence geometrické řady a počítá její součet
- chápe princip matematické indukce

Učivo

Posloupnosti a jejich vlastnosti
Aritmetická posloupnost a její užití
Geometrická posloupnost a její užití
Limita posloupnosti
Nekonečná geometrická řada
Matematická indukce, matematický důkaz

Komplexní čísla

Očekávané výstupy

Žák:

- provádí základní početní operace s komplexními čísly
- pracuje s absolutní hodnotou a argumentem komplexního čísla a chápe jejich geometrický význam
- komplexní čísla znázorňuje v Gaussově rovině
- řeší rovnice v oboru komplexních čísel

Učivo

Zavedení a základní vlastnosti komplexních čísel a počítání s nimi
Geometrické znázornění komplexních čísel
Řešení rovnic v oboru komplexních čísel

Průřezová témata

Osobnostní a sociální výchova – Sociální komunikace
Mediální výchova – Mediální produkty a jejich význam